

NOM :

MATRICULE :

PRENOM :

Examen Final

1^{ère} session

lundi 18 mai 2009 – aud. H.2214

Indications

Veillez respecter les indications suivantes:

1. Vous avez 2 heures à disposition
2. Veillez vérifier que votre formulaire d'examen contient bien 7 pages
3. L'examen comporte 16 points, 1 point par question sauf la dernière (qui vaut 3 points).
4. Veillez noter absolument vos nom(s) et prénom(s) sur la première page.
5. Vous avez droit à vous munir d'un résumé de 5 pages recto-verso maximum, écrit à la main. Aucun ouvrage n'est admis à l'examen. Aucun instrument de type PC ou PDA n'est admis, mis à part une calculatrice.
6. Bon travail !!!

Problèmes

P1 Questions courtes

Q1 Considérez que le taux d'intérêt r_t suit un processus Brownien suivant :

$$dr_t = a(b - r_{t-1}) dt + \sigma \sqrt{r_{t-1}} dZ, \quad a, b, \sigma \text{ étant strictement positifs.}$$

Que pouvez-vous dire sur le comportement de r_t ?

Q2 Le ratio de couverture optimal avec des futures sur pétrole quand la qualité du sous-jacent n'est pas la même que celle du contrat :

- (a) Inférieur à 1.
- (a) Supérieur à 1.
- (b) Peut-être inférieur ou supérieur à 1.
- (c) Ne peut être calculé dans le cas du pétrole.

Expliquez brièvement.

- Q3** Imaginez que l'indice BEL20 a clôturé hier à 2'000 et que la volatilité journalière de cet indice était alors estimée à 1.8%. Un modèle GARCH(1,1) calibré à cet indice donne les paramètres suivants : $\omega = 0.000012, \alpha = 0.07, \beta = 0.85$. Sachant que le jour suivant, le cours de clôture se situe à 2'080, quelle est la nouvelle estimation de la volatilité journalière ?

- Q4** Le gamma et le vega d'un portefeuille delta-neutre sont de 30 par € et de 20 par € respectivement. Estimez la variation de la valeur du portefeuille si un choc dans le marché produit une augmentation de 5% de la volatilité du sous-jacent et une diminution de 2% de sa valeur.

P2 Forwards et options

- Q5** Vous êtes le trésorier de NAPA et vous vous occupez de la couverture de taux de change, notamment sur l'INR (Indian ruppees), une devise importante dans vos achats de matières premières. Ces achats fluctuent au gré des révisions des chiffres de vente espérés de vos produits. Si votre besoin est uniquement celui d'une couverture financière contre les changements de taux de change INR/EUR, préférez-vous utiliser des forwards de change ou des options de change ? Argumentez dûment.

Q6 Un forward peut être également vu comme une combinaison d'options avec certains paramètres ? Laquelle ? Soyez précis et complet.

P3 Prêts et copules...

Vous avez créé AssuBanque, un fonds révolutionnaire permettant aux banques de s'assurer contre le défaut de leurs emprunteurs en vous transmettant ces risques. Ce fonds est financé par des preneurs de risque. Ces preneurs de risque ont investi dans une des quatre catégories qui leur a été proposée : dette super senior, dette senior, dette subordonnée ou fonds propres (d'après leur rang dans le remboursement en cas de faillite).

| Actifs | | Passifs | | Rendement proposé |
|--------|-----|--------------------|----|-------------------|
| Prêts | 100 | Dette super senior | 50 | 4.00% |
| | | Dette senior | 30 | 7.50% |
| | | Dette subordonnée | 15 | 10.00% |
| | | Fonds propres | 5 | 15.00% |

Le fonds finance des prêts de 100, ce qui permet aux banques qui avaient ces prêts, de se dégager de ce risque. La probabilité de défaut moyenne d'un prêt est de 5%. Le fonds calcule utilise une copule gaussienne et un modèle à un facteur commun entre tous ces prêts (modèle de Vasicek, utilisé notamment dans Bâle II) pour estimer les pertes attendues sur les prêts.

Q7 En l'absence de corrélation entre les qualités de débiteurs de ces prêts, quelle est la probabilité de défaut attendue pour l'ensemble du portefeuille ?

- Q8** Si la corrélation des défauts moyenne dans l'économie est de 50% et que l'on fait l'hypothèse d'une économie moyenne, quelle serait la probabilité de défaut attendue sur le portefeuille et le rendement attendu des fonds propres ?

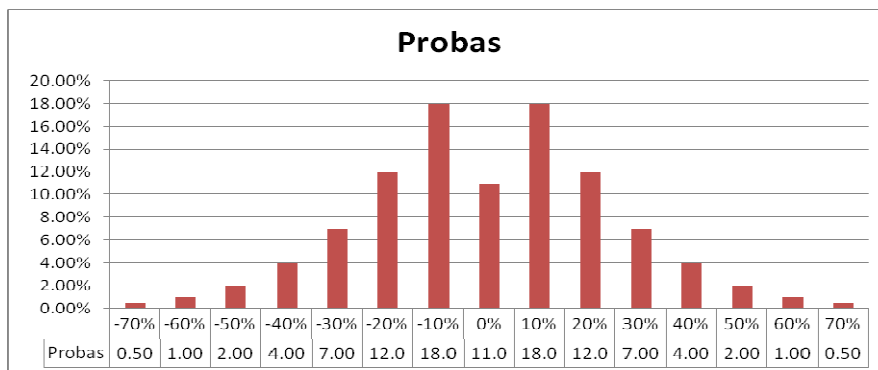
Note : on fait l'hypothèse de continuité dans les montants des prêts en défaut, c'est-à-dire 10% de défaut attendu = 10% de montant de prêts perdus attendu.

- Q9** Répétez le calcul et calculez les rendements attendus pour toutes les catégories d'investisseurs dans le fonds dans un scénario plus grave, c'est-à-dire dans le cas où seuls 5% des scénarios de l'économie pourraient être encore plus graves.

- Q10** En tant qu'investisseur en dette super senior, êtes-vous ici à l'abri du défaut ? Vous êtes libre d'utiliser tout moyen pour démontrer vos propos.

P4 Les mesures de risque

En regardant l'histogramme suivant concernant les valeurs que peut prendre le fonds d'investissement AZTEC, veuillez répondre aux questions qui suivent.



Q11 Quelle est la VaR à 95%?

Q12 Quelle est la CVaR (ou expected shortfall) si le degré de confiance requis est de 95%?

Q13 Imaginons que vous soyez responsable d'un fonds de pension. Vous êtes tenu de produire une certaine rente annuelle. Pour cela, vous diversifiez vos investissements dans plusieurs actifs, y compris l'actif sans-risque et le fonds AZTEC dont il est question ici, avec la contrainte de générer la rente annuelle prévue. Par rapport au fonds AZTEC, l'histogramme vous renseigne-t-il suffisamment ? Que souhaiteriez-vous connaître davantage de ce fonds ?

P5 Commentaire

Q14 Commentez l'article suivant du Financial Times (Ecrivez votre réponse sur le verso de la feuille):
[Cette question vaut 3 points]

Smaller US banks need additional \$24bn

By Saskia Scholtes, Julie MacIntosh and Francesco Guerrera in New York
Published: May 17 2009 22:57 | Last updated: May 17 2009 22:57

Small and medium-sized US banks must raise some \$24bn to meet the capital standards set by the government in its stress tests of large institutions, research for the Financial Times shows.

News of the potential capital shortfall could increase pressure on many of the 7,900 US banks that form the backbone of the US financial system.

As many as 500 more banks could close, according to investment bank Sandler O'Neill, which carried out the research.

Since this month's release of the tests for the 19 largest banks, regulators and investors have increased their focus on the next tier of lenders, amid concerns some of them might struggle to survive if the economy worsens.

The government's stress-case would result in capital shortfalls for 38 per cent of the 200 banks below the 19 largest financial institutions, leading to a deficit of around \$16.2bn in common equity, according to Sandler O'Neill.

Applying similar criteria to the remaining 7,700 banks in the US would result in a further \$7.8bn capital deficit.

The banks have to repay a combined \$27bn in aid from the Troubled Asset Relief Programme (Tarp) but they could do that from internal resources rather than raising more funds.

The US Treasury has said that it does not intend to extend the stress tests beyond the 19 top institutions it examined. But analysts say that the public release of the government's test methodology and capital adequacy philosophy means that the tests' standards will become a model for the rest of the US banking system. "This will ultimately migrate down the banking industry no matter what Treasury says," said Robert Albertson, chief strategist at Sandler O'Neill. "It's like telling bank examiners to close their eyes and not to think of a chicken."

The government found 10 of the largest 19 US financial institutions in need of additional capital earlier this month, identifying a \$74.6bn combined shortfall.

The application of the large bank stress tests could make some smaller banks vulnerable, say analysts. Some smaller banks may either struggle to raise capital or have less flexibility to do so. That, in turn, could lead to a flurry of takeovers.

"At some point there's going to be massive consolidation," said one industry banker. "But for now, a lot of banks are going to raise as much capital as they can."

Copyright The Financial Times Limited 2009

N(x) & N(-x)=1-N(x)

| | 0.000 | 0.005 | 0.010 | 0.015 | 0.020 | 0.025 | 0.030 | 0.035 | 0.040 | 0.045 | 0.050 | 0.055 | 0.060 | 0.065 | 0.070 | 0.075 | 0.080 | 0.085 | 0.090 | 0.095 |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.0 | 0.5000 | 0.5020 | 0.5040 | 0.5060 | 0.5080 | 0.5100 | 0.5120 | 0.5140 | 0.5160 | 0.5179 | 0.5199 | 0.5219 | 0.5239 | 0.5259 | 0.5279 | 0.5299 | 0.5319 | 0.5339 | 0.5359 | 0.5378 |
| 0.1 | 0.5398 | 0.5418 | 0.5438 | 0.5458 | 0.5478 | 0.5497 | 0.5517 | 0.5537 | 0.5557 | 0.5576 | 0.5596 | 0.5616 | 0.5636 | 0.5655 | 0.5675 | 0.5695 | 0.5714 | 0.5734 | 0.5753 | 0.5773 |
| 0.2 | 0.5793 | 0.5812 | 0.5832 | 0.5851 | 0.5871 | 0.5890 | 0.5910 | 0.5929 | 0.5948 | 0.5968 | 0.5987 | 0.6006 | 0.6026 | 0.6045 | 0.6064 | 0.6083 | 0.6103 | 0.6122 | 0.6141 | 0.6160 |
| 0.3 | 0.6179 | 0.6198 | 0.6217 | 0.6236 | 0.6255 | 0.6274 | 0.6293 | 0.6312 | 0.6331 | 0.6350 | 0.6368 | 0.6387 | 0.6406 | 0.6424 | 0.6443 | 0.6462 | 0.6480 | 0.6499 | 0.6517 | 0.6536 |
| 0.4 | 0.6554 | 0.6573 | 0.6591 | 0.6609 | 0.6628 | 0.6646 | 0.6664 | 0.6682 | 0.6700 | 0.6718 | 0.6736 | 0.6754 | 0.6772 | 0.6790 | 0.6808 | 0.6826 | 0.6844 | 0.6862 | 0.6879 | 0.6897 |
| 0.5 | 0.6915 | 0.6932 | 0.6950 | 0.6967 | 0.6985 | 0.7002 | 0.7019 | 0.7037 | 0.7054 | 0.7071 | 0.7088 | 0.7106 | 0.7123 | 0.7140 | 0.7157 | 0.7174 | 0.7190 | 0.7207 | 0.7224 | 0.7241 |
| 0.6 | 0.7257 | 0.7274 | 0.7291 | 0.7307 | 0.7324 | 0.7340 | 0.7357 | 0.7373 | 0.7389 | 0.7405 | 0.7422 | 0.7438 | 0.7454 | 0.7470 | 0.7486 | 0.7502 | 0.7517 | 0.7533 | 0.7549 | 0.7565 |
| 0.7 | 0.7580 | 0.7596 | 0.7611 | 0.7627 | 0.7642 | 0.7658 | 0.7673 | 0.7688 | 0.7704 | 0.7719 | 0.7734 | 0.7749 | 0.7764 | 0.7779 | 0.7794 | 0.7808 | 0.7823 | 0.7838 | 0.7852 | 0.7867 |
| 0.8 | 0.7881 | 0.7896 | 0.7910 | 0.7925 | 0.7939 | 0.7953 | 0.7967 | 0.7981 | 0.7995 | 0.8009 | 0.8023 | 0.8037 | 0.8051 | 0.8065 | 0.8078 | 0.8092 | 0.8106 | 0.8119 | 0.8133 | 0.8146 |
| 0.9 | 0.8159 | 0.8173 | 0.8186 | 0.8199 | 0.8212 | 0.8225 | 0.8238 | 0.8251 | 0.8264 | 0.8277 | 0.8289 | 0.8302 | 0.8315 | 0.8327 | 0.8340 | 0.8352 | 0.8365 | 0.8377 | 0.8389 | 0.8401 |
| 1.0 | 0.8413 | 0.8426 | 0.8438 | 0.8449 | 0.8461 | 0.8473 | 0.8485 | 0.8497 | 0.8508 | 0.8520 | 0.8531 | 0.8543 | 0.8554 | 0.8566 | 0.8577 | 0.8588 | 0.8599 | 0.8610 | 0.8621 | 0.8632 |
| 1.1 | 0.8643 | 0.8654 | 0.8665 | 0.8676 | 0.8686 | 0.8697 | 0.8708 | 0.8718 | 0.8729 | 0.8739 | 0.8749 | 0.8760 | 0.8770 | 0.8780 | 0.8790 | 0.8800 | 0.8810 | 0.8820 | 0.8830 | 0.8840 |
| 1.2 | 0.8849 | 0.8859 | 0.8869 | 0.8878 | 0.8888 | 0.8897 | 0.8907 | 0.8916 | 0.8925 | 0.8934 | 0.8944 | 0.8953 | 0.8962 | 0.8971 | 0.8980 | 0.8988 | 0.8997 | 0.9006 | 0.9015 | 0.9023 |
| 1.3 | 0.9032 | 0.9041 | 0.9049 | 0.9057 | 0.9066 | 0.9074 | 0.9082 | 0.9091 | 0.9099 | 0.9107 | 0.9115 | 0.9123 | 0.9131 | 0.9139 | 0.9147 | 0.9154 | 0.9162 | 0.9170 | 0.9177 | 0.9185 |
| 1.4 | 0.9192 | 0.9200 | 0.9207 | 0.9215 | 0.9222 | 0.9229 | 0.9236 | 0.9244 | 0.9251 | 0.9258 | 0.9265 | 0.9272 | 0.9279 | 0.9285 | 0.9292 | 0.9299 | 0.9306 | 0.9312 | 0.9319 | 0.9325 |
| 1.5 | 0.9332 | 0.9338 | 0.9345 | 0.9351 | 0.9357 | 0.9364 | 0.9370 | 0.9376 | 0.9382 | 0.9388 | 0.9394 | 0.9400 | 0.9406 | 0.9412 | 0.9418 | 0.9424 | 0.9429 | 0.9435 | 0.9441 | 0.9446 |
| 1.6 | 0.9452 | 0.9458 | 0.9463 | 0.9468 | 0.9474 | 0.9479 | 0.9484 | 0.9490 | 0.9495 | 0.9500 | 0.9505 | 0.9510 | 0.9515 | 0.9520 | 0.9525 | 0.9530 | 0.9535 | 0.9540 | 0.9545 | 0.9550 |
| 1.7 | 0.9554 | 0.9559 | 0.9564 | 0.9568 | 0.9573 | 0.9577 | 0.9582 | 0.9586 | 0.9591 | 0.9595 | 0.9599 | 0.9604 | 0.9608 | 0.9612 | 0.9616 | 0.9621 | 0.9625 | 0.9629 | 0.9633 | 0.9637 |
| 1.8 | 0.9641 | 0.9645 | 0.9649 | 0.9652 | 0.9656 | 0.9660 | 0.9664 | 0.9667 | 0.9671 | 0.9675 | 0.9678 | 0.9682 | 0.9686 | 0.9689 | 0.9693 | 0.9696 | 0.9699 | 0.9703 | 0.9706 | 0.9710 |
| 1.9 | 0.9713 | 0.9716 | 0.9719 | 0.9723 | 0.9726 | 0.9729 | 0.9732 | 0.9735 | 0.9738 | 0.9741 | 0.9744 | 0.9747 | 0.9750 | 0.9753 | 0.9756 | 0.9759 | 0.9761 | 0.9764 | 0.9767 | 0.9770 |
| 2.0 | 0.9772 | 0.9775 | 0.9778 | 0.9780 | 0.9783 | 0.9786 | 0.9788 | 0.9791 | 0.9793 | 0.9796 | 0.9798 | 0.9801 | 0.9803 | 0.9805 | 0.9808 | 0.9810 | 0.9812 | 0.9815 | 0.9817 | 0.9819 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9824 | 0.9826 | 0.9828 | 0.9830 | 0.9832 | 0.9834 | 0.9836 | 0.9838 | 0.9840 | 0.9842 | 0.9844 | 0.9846 | 0.9848 | 0.9850 | 0.9852 | 0.9854 | 0.9856 | 0.9857 | 0.9859 |
| 2.2 | 0.9861 | 0.9863 | 0.9864 | 0.9866 | 0.9868 | 0.9870 | 0.9871 | 0.9873 | 0.9875 | 0.9876 | 0.9878 | 0.9879 | 0.9881 | 0.9882 | 0.9884 | 0.9885 | 0.9887 | 0.9888 | 0.9890 | 0.9891 |
| 2.3 | 0.9893 | 0.9894 | 0.9896 | 0.9897 | 0.9898 | 0.9900 | 0.9901 | 0.9902 | 0.9904 | 0.9905 | 0.9906 | 0.9907 | 0.9909 | 0.9910 | 0.9911 | 0.9912 | 0.9913 | 0.9915 | 0.9916 | 0.9917 |
| 2.4 | 0.9918 | 0.9919 | 0.9920 | 0.9921 | 0.9922 | 0.9923 | 0.9925 | 0.9926 | 0.9927 | 0.9928 | 0.9929 | 0.9930 | 0.9931 | 0.9932 | 0.9933 | 0.9934 | 0.9935 | 0.9936 | 0.9937 | 0.9937 |
| 2.5 | 0.9938 | 0.9939 | 0.9940 | 0.9940 | 0.9941 | 0.9942 | 0.9943 | 0.9944 | 0.9945 | 0.9945 | 0.9946 | 0.9947 | 0.9948 | 0.9948 | 0.9949 | 0.9950 | 0.9951 | 0.9951 | 0.9952 | 0.9953 |
| 2.6 | 0.9953 | 0.9954 | 0.9955 | 0.9955 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9957 | 0.9958 | 0.9959 | 0.9959 | 0.9960 | 0.9960 | 0.9961 | 0.9962 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9963 | 0.9964 | 0.9964 | 0.9965 |
| 2.7 | 0.9965 | 0.9966 | 0.9966 | 0.9967 | 0.9967 | 0.9968 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9969 | 0.9970 | 0.9970 | 0.9971 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9972 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9973 | 0.9974 | 0.9974 |
| 2.8 | 0.9974 | 0.9975 | 0.9975 | 0.9976 | 0.9976 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9978 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9979 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9980 | 0.9981 | 0.9981 | 0.9981 |
| 2.9 | 0.9981 | 0.9982 | 0.9982 | 0.9982 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9983 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.0 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9988 | 0.9988 | 0.9988 | 0.9988 | 0.9988 | 0.9988 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9990 | 0.9990 | 0.9990 | 0.9990 |
| 3.1 | 0.9990 | 0.9990 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9993 | 0.9993 | 0.9993 | 0.9993 | 0.9993 |
| 3.2 | 0.9993 | 0.9993 | 0.9993 | 0.9993 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 |
| 3.3 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 |
| 3.4 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 |
| 3.5 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 |
| 3.6 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |
| 3.7 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |
| 3.8 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 1.0000 |
| 3.9 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 4.0 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |